

Список вопросов с доказательством для подготовки к теоретической части экзаменационной работы по курсу «Алгебра»,
2-й модуль 2021/2022-го учебного года.
Версия 1.

1-й модуль

1. Какие три условия достаточно наложить на функцию от столбцов матрицы, чтобы она обязательно была детерминантом? Ответ обоснуйте для матриц второго порядка.
2. Сформулировать и доказать критерий линейной зависимости.
3. Сформулировать и доказать следствие теоремы о базисном миноре для квадратных матриц (критерий невырожденности).

2-ой модуль

1. Сформулируйте теорему о структуре общего решения неоднородной системы линейных алгебраических уравнений и докажите её (теорема о структуре общего решения однородной системы линейных алгебраических уравнений предполагается известной).
2. Выпишите формулу Муавра и докажите её.
3. Докажите, что если у многочлена с вещественными коэффициентами есть корень с ненулевой мнимой частью, то число, комплексно сопряженное к этому корню, тоже будет корнем данного многочлена.
4. Выпишите формулу для вычисления векторного произведения в правом ортонормированном базисе трехмерного пространства и приведите её вывод.
5. Сформулируйте и докажите утверждение о связи объема параллелепипеда и смешанного произведения.
6. Сформулируйте и докажите критерий компланарности, использующий смешанное произведение.
7. Докажите теорему о том, что любое линейное уравнение на координаты точки в трехмерном пространстве задает плоскость и что любая плоскость определяется линейным уравнением.